

GRÁFICOS RADIAIS UNIDIMENSIONAIS COM CURVATURA CONSTANTE

Flávio França Cruz¹, Alisson Ribeiro dos Santos²

Resumo: Neste trabalho estudamos curvas planas que podem ser parametrizadas como um gráfico radial de uma função real ρ . Precisamente, em coordenadas polares $(r, \theta) \in (0, +\infty) \times [0, 2\pi)$, consideramos curvas da forma $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^2$, com $I = (a, b) \subset [0, 2\pi)$, definida por $\alpha(\theta) = (\rho(\theta), \theta)$, onde $\rho : I \rightarrow (0, +\infty)$ é uma função real suave. Calculamos a curvatura destas curvas em termos das derivadas de ordem um e dois da função ρ . Como resultado principal, classificamos tais curvas que possuem curvatura constante. Precisamente, provamos que se uma curva possui curvatura constante e é parametrizada como gráfico radial de uma função ρ então a curva está contida numa reta (curvatura nula) ou em um círculo (curvatura não-nula). Antes de estabelecer o resultado, revisitamos a definição de curvatura e mostraremos que pedaços de reta e pedaços de círculo possuem curvatura nula e, sob condições adequadas, podem ser descritas como o gráfico radial de uma função real ρ . Na sequência, mostraremos que uma curva parametrizada por $\alpha(\theta) = (\rho(\theta), \theta)$, possui curvatura constante se, e somente se, a função ρ satisfaz uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de segunda ordem. Assim, o nosso resultado será uma consequência direta da resolução da referida EDO.

Palavras-chave: Curvatura constante. Coordenadas polares. Gráficos radiais.

Agradecimentos: À Universidade Regional do Cariri (URCA) pelo suporte à pesquisa.

¹Universidade Regional do Cariri, email: flavio.franca@urca.br

²Universidade Regional do Cariri, email: alisson.ribeiro@urca.br