



INTRODUÇÃO AOS CÓDIGOS CORRETORES DE ERROS

Maria Luciana da Rocha¹, José Augusto Pereira Nogueira²

Resumo: No mundo que vivemos as comunicações estão cada vez mais modernas e o envio de dados de todos os tipos é realizado frequentemente e para que essas informações cheguem exatamente como foram enviadas, foram desenvolvidos os códigos corretores de erros. Este trabalho apresenta uma pesquisa de caráter bibliográfico descrevendo os Códigos Corretores de Erros e algumas diferentes formas de suas aplicações. O objetivo do artigo é demonstrar de forma didática algumas aplicações, contextualizando seus fatores históricos e evidenciando a importância da matemática neste processo. Por fim, realizaremos exemplos em que são aplicados esses códigos mostrando que a matemática é uma ciência aplicável e não uma ciência pura e acabada.

Palavras-chave: Códigos Corretores de Erros. Tecnologia. Matemática.

1. Introdução

A matemática é utilizada desde os tempos primórdios, ela surgiu da necessidade humana. E com o passar dos anos com a evolução humana e a introdução da tecnologia na sociedade ela passou a ser mais presente no cotidiano. Com o surgimento dos computadores na sociedade, nasceu uma necessidade para transmitir dados com celeridade e exatidão. Para isso acontecer faz-se fundamental o uso dos códigos corretores de erros, que tiveram sua teoria iniciada no ano de 1947 pelo pesquisador Richard W. Hamming, no laboratório tecnológico Bell.

Richard W. Hamming possuía permissão para acessar os computadores apenas nos finais de semana, através do uso das máquinas para realizar leituras de informações gravadas ele conseguiu descobrir um código capaz de detectar até dois erros e corrigir um. Esse estudo foi publicado no ano de 1950 no artigo “Error Detecting and Error Correcting Codes”.

Com o objetivo de avançar sua pesquisa Hamming questionava a existência de códigos com maior eficiência em relação àquele que já havia desenvolvido, a resposta veio através do artigo de Claude E. Shannon titulado de “A Mathematical Theory of Communication”, publicado no ano de 1948. O estudo de Shannon deu princípio a dois campos de pesquisa sendo eles a Teoria dos Códigos e a Teoria da Informação.

O primeiro código descoberto foi o (7,4) de Hamming, retratado por Shannon no seu artigo, por meio desses trabalhos Golay desenvolveu os códigos (23,12)

1 Universidade Regional do Cariri, e-mail: luciana.rocha@urca.br

2 Universidade Regional do Cariri, e-mail: augusto.nogueira@urca.br

VII SEMANA UNIVERSITÁRIA DA URCA – XXV

Semana de Iniciação Científica da URCA e VIII Semana de Extensão da URCA

12 a 16 de dezembro de 2022

Tema: “DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA, INDEPENDÊNCIA E SOBERANIA NACIONAL”



e (11,6) chamados códigos de Golay, estudo muito importante da teoria dos códigos. Essas pesquisas são utilizadas até os dias de hoje.

Os códigos corretores de erros são utilizados com frequência no nosso dia-a-dia, por exemplo ao falarmos no celular, assistirmos um filme na TV, ouvirmos uma música gravada, ou até mesmo ao utilizarmos a internet. Os códigos corretores de erros tem a função de acrescentar dados de forma organizada às informações que serão transmitidas, com o intuito de corrigir os erros que podem ocorrer fazendo com que a informação chegue exatamente como enviada.

Entre as várias aplicações dos códigos corretores de erros estão o UPC (código universal de produto), código de barras, números de cartão de créditos, CPF, ISBN (padrão internacional de numeração de livros), entre outros.

2. Objetivo

Este trabalho tem por objetivo apresentar códigos corretores de erros e suas aplicações, enfatizar sua importância na transmissão de informações de forma confiável e evidenciar sua relação com a matemática.

3. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida por meio de busca bibliográfica sobre o campo de estudo abordado, também foram necessárias pesquisas sobre o assunto em vários sites, dissertações e artigos disponibilizados na internet. Conceitos como os de matrizes, espaços vetoriais, transformações lineares, anéis e corpos foram primordiais para a organização deste trabalho.

4. Resultados

Os códigos corretores de erros são ferramentas matemáticas que permitem detectar erros durante as transmissões de mensagens através do que é chamado de canal. Neste, podem ocorrer ruídos, considerados sinais de interferência ou sujeira. Acontece o mesmo na leitura de códigos de barras, HD ou CD, nos quais erros podem ser introduzidos. Assim, o objetivo dos códigos corretores de erros é identificar os possíveis erros na transmissão ou leitura, e corrigir para que a mensagem chegue assim como foi transmitida.

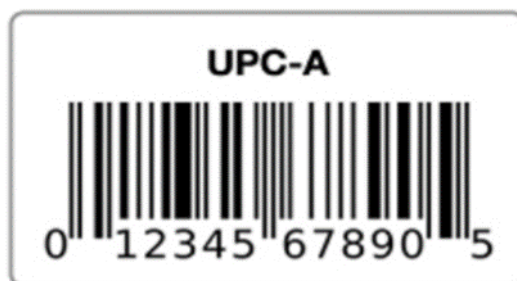
Um tipo bem comum de código corretor de erros é o chamado código de verificação. Estes códigos são formados de sequências numéricas e o último ou últimos termos são os dígitos de verificação, os quais são responsáveis pela validação do código e permitem identificar se houve erro na escrita de algum número.

Exemplo 1. O código de barras é utilizado para identificação de itens à venda. Existem dois tipos de código de barras sendo o UPC o mais antigo, utilizado inicialmente apenas na América do Norte. O UPC é formado por 12 dígitos, escrito na forma de barra e escrito abaixo em números, o primeiro para ser lido por máquina e o segundo para ser lido por um humano quando houver necessidade.

A máquina de luz refletida escaneia as barras pretas e brancas do código de barras que formam um vetor $V = (V_1, V_2, V_3, \dots, V_{11}, D)$. Sendo que os 11 primeiros dígitos contêm as informações do fabricante e o último dígito é o dígito de verificação ou checagem. Para a validação do código é necessário que ao multiplicar o vetor V pelo componente de checagem dado por C , onde $C = (3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$, o resultado seja um múltiplo de 10, ou seja, que deixe resto 0 na divisão por 10.

Seja o UPC como mostra na figura abaixo. Vamos verificar se o dígito de checagem realmente é 5, considerando que os cálculos são feitos em $Z_{10} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Figura 1 – Código de barras



Fonte: Google imagens, 2022

O vetor V é formado pelos termos do código de barras e o C é o vetor que estrutura a validação do código. Temos que $V = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, d)$ e sabendo que $C = (3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$, obtemos:

$$\begin{aligned} C \cdot V &= 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot d \\ &= 3 \cdot (0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 0) + 1 \cdot (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + d) \\ &= 3 \cdot (20) + 1 \cdot (25) + d \\ &= 3 \cdot (0) + 1 \cdot (5) + d \\ &= 5 + d \end{aligned}$$

Como $5 + d$ deve deixar resto 0 na divisão por 10, então d deve ser igual a 5.

Exemplo 1.1. O UPC permite detectar erro na coordenada ou erros gerados por troca entre as coordenadas. Nesse exemplo vamos supor que o número seja escrito como $V' = (1, 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 5)$, perceba que a primeira e a segunda coordenadas tiveram suas posições invertidas. Realizando o cálculo em Z_{10} , obtemos:

$$\begin{aligned} C \cdot V' &= 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 5 \\ &= 3 \cdot (1 + 2 + 4 + 6 + 8 + 0) + 1 \cdot (0 + 3 + 5 + 7 + 9 + 5) \\ &= 3 \cdot (21) + 1 \cdot (29) \\ &= 3 \cdot (1) + 1 \cdot (9) \\ &= 10 = 0 \end{aligned}$$

Como $C \cdot V' = 0$, que é diferente de 5 (valor original do dígito de checagem), concluímos que houve algum erro na escrita dos números.



Exemplo 2. O número do CPF (Cadastro de Pessoa Física) é composto de onze dígitos, onde os dois últimos são dígitos de verificação. Denotaremos por A_i o dígito na posição i , para $i = 1, 2, \dots, 11$. Assim, temos que um número de CPF assume a forma $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9 - A_{10}A_{11}$. Um número de CPF será válido se os dígitos de verificação obedecerem às seguintes condições:

- A_{10} é o resto da divisão por 11 de $\sum_{i=1}^9 i \times A_i$.
- A_{11} é o resto da divisão por 11 de $\sum_{i=2}^{10} (i - 1) \times A_i$

Como em cada caso estamos nos referindo a um único dígito, então se A_{10} ou A_{11} for igual a 10, substituímos este valor por 0. Vamos determinar os dígitos verificadores do CPF 529.982.247- $A_{10}A_{11}$. Primeiro determinaremos A_{10} , para isso devemos encontrar o resultado da soma indicada, assim

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^9 i \times A_i &= 1 \times A_1 + 2 \times A_2 + 3 \times A_3 + 4 \times A_4 + 5 \times A_5 + 6 \times A_6 + 7 \times A_7 + \\ &\quad 8 \times A_8 + 9 \times A_9 = \\ 1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 9 + 5 \times 8 + 6 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 4 + 9 \times 7 &= \\ 5 + 4 + 27 + 36 + 40 + 12 + 14 + 32 + 63 &= 233.\end{aligned}$$

Mas

$$233 = 11 \times 21 + 2.$$

Logo $A_{10} = 2$.

Agora encontraremos A_{11} , para isso calculamos

$$\begin{aligned}\sum_{i=2}^{10} (i - 1) \times A_i &= \\ (2 - 1) \times A_2 + (3 - 1) \times A_3 + (4 - 1) \times A_4 + (5 - 1) \times A_5 + (6 - 1) \times A_6 + (7 & \\ - 1) \times A_7 + (8 - 1) \times A_8 + (9 - 1) \times A_9 + (10 - 1) \times A_{10} &= \\ 1 \times 2 + 2 \times 9 + 3 \times 9 + 4 \times 8 + 5 \times 2 + 6 \times 2 + 7 \times 4 + 8 \times 7 + 9 \times 2 &= \\ 2 + 18 + 27 + 32 + 10 + 12 + 28 + 56 + 18 &= 203.\end{aligned}$$

E

$$203 = 11 \times 18 + 5.$$

Assim, $A_{11} = 5$.

Portanto, o número procurado é 529.982.247-25.

5. Conclusão

A matemática está muito presente em nossa vida, com os diversos avanços na sociedade ela vem se tornando uma ferramenta necessária no cotidiano, não só como uma disciplina básica a ser estudada na escola, como ainda se pensa. Esse pensamento dar-se pelo fato de que os professores que ensinam essa matéria não apresentam a aplicabilidade que a matemática possui em vários instrumentos sociais.

Ao longo do tempo percebemos que a matemática é imprescindível para o desenvolvimento social, e que assim como o desenvolvimento tecnológico vem amplificando-se gradativamente. Nas transmissões podemos obter informações confiáveis a partir da utilização dos códigos corretores de erros que utilizam técnicas de cálculos matemáticos para o seu funcionamento correto.

Concluimos que se faz necessário a apresentação da aplicação matemática desde os anos iniciais para que os estudantes não tenham a ideia que a matemática é uma ciência pura sem aplicação, mas que possui sua importância

VII SEMANA UNIVERSITÁRIA DA URCA – XXV

Semana

de Iniciação Científica da URCA e VIII Semana de Extensão da URCA

12 a 16 de dezembro de 2022

Tema: “DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA, INDEPENDÊNCIA E SOBERANIA NACIONAL”



em vários instrumentos sociais. Além disso, podemos perceber a influência dela em outras áreas e ciências que não imaginávamos utilizá-la.

6. Agradecimentos

Agradecemos a URCA e aos recursos de financiamento do FECOP pela concessão da bolsa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC).

7. Referências

MENEGHESSO, C. **Códigos Corretores de Erros**. 2012. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal de São Carlos Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia Departamento de Matemática

NOGUEIRA, J. A. P. **Aplicações Matemáticas em códigos Corretores de Erros**, 2019.

RODRIGUES, N. **Códigos Corretores de Erros**. 2017. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Florianópolis.

VILLELA, M. L. T. e HEFEZ, A., **Códigos Corretores de Erros**, IMPA, 2a ed., Rio de Janeiro, 2008.