VI SEMANA UNIVERSITÁRIA DA URCA
XXIV SEMANA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA URCA
13 a 17 de Dezembro de 2021
Tema: “Centenário de Paulo Freire: contribuição da divulgação científica e tecnológica em defesa da vida, da cidadania e da educação”

NÚMEROS RACIONAIS: SUPORTE TEÓRICO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Nayara Alves da Silva[1], Ozana da Silva Alencar[2]

Resumo: Ao cogitarmos sobre o ensino dos números racionais notamos a tardia predominância do tradicionalismo caracterizada por um processo de memorização que acarreta a não desenvoltura e a falta de autonomia dos alunos. Por se limitar ao livro didático, muitos professores não têm embasamento teórico suficiente para conduzir o aluno ao entendimento pleno do que está a estudar. Nessa circunstância, dando continuidade ao projeto “Obstáculos didáticos e erros no processo de ensino aprendizagem de números racionais” buscamos desenvolver mais um material que sirva de fundamento teórico para professores de Matemática da Educação Básica voltado para o ensino de Números Racionais.

Palavras-chave: Números racionais. Ensino-aprendizagem. Professor de matemática. Frações. Definição.

1. Introdução

O presente trabalho é parte do desenvolvimento do projeto “Obstáculos didáticos e erros no processo de ensino aprendizagem de números racionais”. Segundo Nascimento (2008), *“as definições sobre os diversos tipos de frações, além de não fazerem sentido para o aluno, trazem conceitos abstratos e de difícil compreensão”*. Por se limitar ao livro didático, muitos professores não têm embasamento teórico suficiente para conduzir o aluno ao entendimento pleno do que está a estudar. O professor precisa ter domínio da fundamentação teórica do que leciona, para que não venha “*somente a conduzir o aluno à memorização de fórmulas e procedimentos para resolução de exercícios, sujeitando o mesmo a uma aprendizagem mecânica”* (FREITAS e MIGUEL, 2017).

[1] Universidade Regional do Cariri, e-mail: nayara.alves@urca.br
[2] Universidade Regional do Cariri, e-mail: ozana.alencar@urca.br

Em uma linguagem de fácil entendimento, apresentaremos a definição formal dos números racionais e discutiremos algumas sutilezas da mesma. Mais precisamente, veremos que é incorreto definir o conjunto dos números racionais como sendo o conjunto de todas as frações e que é também incorreto defini-lo como sendo, simplesmente, o conjunto das expressões a/b com a e b inteiros e b não nulo. É preciso, para obter a independência dos representantes, que consideremos as classes de todas as frações equivalentes. Veremos também que dada uma fração ela pode ou não representar um número racional e que o número $\sqrt{2}$ não é racional.

2. Objetivo

Objetivamos tecer comentários acerca da definição dos números racionais e assim produzir um material de apoio para os professores de matemática da Educação Básica, incentivando-os a ir além dos livros didáticos.

3. Metodologia

A abordagem metodológica compreende a revisão bibliográfica da obra de NIVEN (1984).

4. Resultados

Definição do conjunto $\mathbb{Q}$ dos números racionais

Quando cogitamos acerca dos números racionais e das frações esses termos podem por vezes ser confundidos. Muitos professores dizem que o conjunto dos números racionais é o conjunto de todas as frações. Isso é um grande equívoco, pois o termo “fração” por si só, remete a qualquer expressão algébrica dada por um numerador e um denominador. Por exemplo,

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{2}, \frac{23}{y}, \frac{y^2-x^3}{x^2},$$

são frações, e, entretanto, como ficará claro adiante, não são necessariamente números racionais.

Definição 1 (frações equivalentes): Sejam a, b, A e B números inteiros com b e B não nulos. Dizemos que $\frac{a}{b}$ e $\frac{A}{B}$ são *frações equivalentes* se, e somente se, $aB = Ab$. Isto é,

$$\frac{A}{B} \equiv \frac{a}{b} \Leftrightarrow aB = Ab.$$

Dada a definição acima note que, se definirmos um número racional como sendo simplesmente uma expressão da forma a/d, onde a e d são ambos os números inteiros e $d \neq 0$, essa ainda não é uma boa definição, pois depende da escolha dos representantes. Por exemplo, $\frac{2}{3}$ é equivalente às frações $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$,..., as quais são dadas por representantes distintos dos representantes 2 e 3 dados inicialmente. Assim, esses números racionais são, a priori, diferentes, mas ao fim, representam a mesma quantidade. Não é interessante que isso aconteça, ou seja, precisamos de uma definição que independa da escolha dos representantes.

Definição 2 (número racional): Um *número racional* $r = \frac{a}{b}$ é a classe de todas as frações equivalentes a $\frac{a}{b}$. Assim, dois números racionais são iguais se suas classes são iguais como conjuntos. O conjunto de todos os números racionais é denotado por Q.

Tendo definido o conjunto dos números racionais, surge outra questão: como saber se expressões dadas por frações, como por exemplo,

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \text{ e } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

são números racionais? Na prática, essa resposta se dá por meio de manipulações aritméticas. Para o caso $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ podemos notar que

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4.3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{1}.$$

Logo, $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ é um número racional, pois por meio de manipulações aritméticas, este se encaixa na Definição 2, sendo $a = 2$ e $b = 1$. Isso é de certa forma surpreendente, pois a priori, $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ não parecia, segundo a Definição 2, ser um número racional, uma vez que seu numerador e denominador não são números inteiros. Já no caso da fração $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$, temos

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}.$$

resultando $\sqrt{2}$ que, como veremos a seguir, não é racional. Logo, a fração $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ não é um número racional. Por isso, cabe aqui enfatizarmos mais uma vez que é incorreto dizer que $\mathbb{Q}$ é simplesmente o conjunto de todas as frações.

Proposição 1: O número $\sqrt{2}$ não é racional.

Prova: Sabemos que o quadrado de um inteiro par é par e o quadrado de um inteiro ímpar é ímpar. Suponhamos, que $\sqrt{2}$ seja um número racional. Assim, $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$. Suponhamos ainda que $\frac{a}{b}$ seja uma fração irredutível. Isso garante que a e b não são ambos pares. Elevando ao quadrado a equação acima, obtemos $2 = \frac{a^2}{b^2}$, donde, $a^2 = 2b^2$. O termo $2b^2$ representa um inteiro par. Logo, a^2 é par, e, portanto, a é par, digamos $a = 2c$, onde c também é um inteiro. Substituindo a por $2c$ na equação $a^2 = 2b^2$, obtemos

$$(2c)^2 = 2b^2 \Longrightarrow 4c^2 = 2b^2 \Longrightarrow 2c^2 = b^2.$$

O termo $2c^2$ representa um inteiro par, de modo que b^2 é par e, portanto, b é par. Mas isso é uma contradição. Portanto, $\sqrt{2}$ não é um número racional.

5. Conclusão

O ensino dos números racionais ainda conta com algumas falhas decorrentes da falta de conhecimento por parte dos docentes no que diz respeito à fundamentação teórica deste assunto. Algumas dessas falhas estão relacionadas à própria definição desse conjunto e à classificação dos seus elementos. Desejamos que este trabalho contribua para o aprimoramento da prática docente do professor de matemática ao ensinar sobre os números racionais.

Reforçamos que os professores não devem se limitar ao livro didático, mas devem buscar outras fontes, que de preferência tenham sido criadas especialmente para eles, que se debrucem sobre elas, cresçam em conhecimento e que esse saber reflita diretamente na sua prática docente através da autonomia e propriedade para tratar do assunto que leciona.

6. Agradecimentos

Agradecemos à Urca e à agência de financiamento FECOP pelo apoio através da bolsa de estudos.

7. Referências

NASCIMENTO, J. do. Perspectivas para a aprendizagem e ensino dos números racionais. **Revista de iniciação cientifica da FFC**, v. 8, n. 2, p. 196 – 208, 2008.

NIVEN, I. **Números:** racionais e irracionais. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

FREITAS, S. L.; MIGUEL, J. C. **Metodologias utilizadas para o ensino da matemática em uma escola do município de Cacoal- Rondônia:** um estudo analítico. 2017, UNESP.